Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

**Кафедра Информационных систем и технологий**

**Отчет по лабораторной работе №3**

**«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КОММИВОЯЖЕРЕ МЕТОДОМ ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ»**

**По дисциплине «Математическое программирование»**

Выполнил:

Студентка 2 курса 2 группы ФИТ

Максимова Вера Владимировна

**Цель работы:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Условие:**

Найти оптимальный маршрут для коммивояжера, если известно, что кол-во городов равно 5, а расстояние между городами задается следующей матрицей d:

где *n* – номер варианта;

n=3;

Задачу следует решить с использованием метода ветвей и границ.

**Ход решения:**

Имеем 5 городов, построим матрицу расстояний между городами:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 6 | 24 | INF | 3 |
| 2 | 3 | INF | 18 | 65 | 81 |
| 3 | 5 | 9 | INF | 86 | 52 |
| 4 | 20 | 55 | 12 | INF | 9 |
| 5 | 90 | 69 | 52 | 16 | INF |

Находим минимальное значение в каждой строке (di) и выписываем его в отдельный столбец:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 6 | 24 | INF | 3 | 3 |
| 2 | 3 | INF | 18 | 65 | 81 | 3 |
| 3 | 5 | 9 | INF | 86 | 52 | 5 |
| 4 | 20 | 55 | 12 | INF | 9 | 9 |
| 5 | 90 | 69 | 52 | 16 | INF | 16 |
| **36** |

Производим приведение строк – из каждого элемента в строке вычитаем соответствующее значение найденного минимума (di).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 3 | 21 | INF | 0 | 3 |
| 2 | 0 | INF | 15 | 62 | 78 | 3 |
| 3 | 0 | 4 | INF | 81 | 47 | 5 |
| 4 | 11 | 46 | 3 | INF | 0 | 9 |
| 5 | 74 | 53 | 36 | 0 | INF | 16 |
| **36** |

Находим минимальные значения в каждом столбце (dj). Эти минимумы выписываем в отдельную строку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| 1 | INF | 3 | | | 21 | INF | | 0 |
| 2 | 0 | INF | | | 15 | 62 | | 78 |
| 3 | 0 | 4 | | | INF | 81 | | 47 |
| 4 | 11 | 46 | | | 3 | INF | | 0 |
| 5 | 74 | 53 | | | 36 | 0 | | INF |
| 0 | | 3 | 3 | | | 0 | 0 | | 6 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| 1 | INF | 0 | | | 18 | INF | | 0 |
| 2 | 0 | INF | | | 12 | 62 | | 78 |
| 3 | 0 | 1 | | | INF | 81 | | 47 |
| 4 | 11 | 43 | | | 0 | INF | | 0 |
| 5 | 74 | 50 | | | 33 | 0 | | INF |
| 0 | | 3 | 3 | | | 0 | 0 | | 6 |

Вычитаем из каждого элемента матрицы соответствующее ему минимальные значения в каждом столбце dj.

Тогда корневой вершиной будет

**f=36+6=42.**

Для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 0(19) | 18 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 12 | 62 | 78 |
| **3** | 0 | 1 | INF | 81 | 47 |
| **4** | 11 | 43 | 0 | INF | 0(47) |
| **5** | 74 | 50 | 33 | 0(95) | INF |

Выбираем нулевую клетку с наибольшей оценкой. Будем рассматривать дугу (5,4). Так как удаление дуги (5,4) позволяет получить саму большую константу приведения, т.е. увеличение нижней границы. Для этого заменим вес дуги (5,4) на знак “INF.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 18 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 12 | 62 | 78 |
| **3** | 0 | 1 | INF | 81 | 47 |
| **4** | 11 | 43 | 0 | INF | 0 |
| **5** | 74 | 50 | 33 | 0(95) | INF |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 15 | 0 |
| **2** | 0 | INF | 12 | 78 |
| **3** | 0 | 1 | INF | 47 |
| **4** | 11 | 43 | 0 | INF |

Видим, что матрица уже является приведенной.

Значит снова для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | INF | 0(1) | 15 | 0(47) |
| **2** | 0(12) | INF | 12 | 78 |
| **3** | 0(4) | 1 | INF | 47 |
| **4** | 11 | 43 | 0(15) | INF |

Следовательно

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 15 | INF |
| **2** | 0 | INF | 12 | 78 |
| **3** | 0 | 1 | INF | 47 |
| **4** | 11 | 43 | 0 | INF |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 15 | INF |
| **2** | 0 | INF | 12 | 78 |
| **3** | 0 | 1 | INF | 47 |
| **4** | 11 | 43 | 0 | INF |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 | INF | 12 |
| **3** | 0 | 1 | INF |
| **4** | INF | 43 | 0 |

Cнова для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0(12) | INF | 12 |
| **3** | 0(4) | 1 | INF |
| **4** | INF | 43 | 0(55) |

Далее будем рассматривать дугу (4,3). Так как удаление дуги (4,3) позволяет получить самую большую константу приведения, т.е. увеличение нижней границы. Для этого заменим вес дуги (3,2) на знак “INF.



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 | INF | 12 |
| **3** | 0 | 1 | INF |
| **4** | INF | 43 | 0 |

Ту строку и тот столбец, где образовалось два знака «INF», полностью вычеркиваем.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 | INF | 12 |
| **3** | 0 | 1 | INF |
| **4** | INF | 46 | 0 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** |
| **2** | 0 | INF |
| **3** | INF | 1 |

Т.к. минимальное значение по столбцу 1, прибавляем к нашей нижней границе 1. φ=42+1=43.

**φ=42**

**φ=42**

**R**

**R (5, 4)**

**φ=42**

**R (5, 4) (1, 5)**

**φ=42+42=84**

**R (5, 4) (1, 5)**

**(4, 3)**

**φ=42+78=120**

**φ=42+1=43**

**R (5, 4)**

**(1, 5)**

**φ=42+95=137**

**R (5, 4)**

**R**

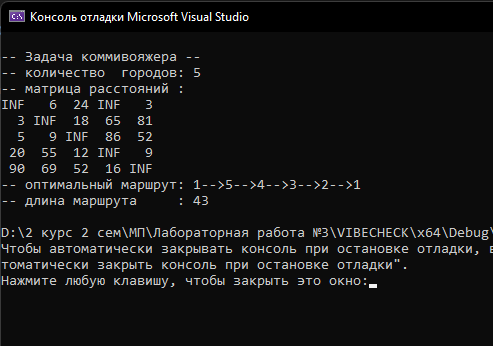
**(2, 1)**

**(3, 2)**

У нас остаются два маршрута (2,1) и (4,3)

**Решение: (1,5), (5,4), (4,3), (3,2), (2,1)**

**Длина оптимального маршрута: φ=43**



Вывод. В ходе лабораторной работы были освоены общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решена задача коммивояжера данным методом, было сравнено полученное значение с комбинаторным методом перестановок.